

## انظمة مزدوجة لمعادلات تفاضلية كسرية متتابعة مع شروط حدية تكاملية لنوع ريمان - ليوفيل مزدوج غير محلي

المستخلص هذه الرسالة مهتمه بدراسة انواع متعددة من مسائل القيم الحدية والمتضمنه لمعادلات مزدوجة غير خطية تتابعية تفاضليه من الرتب الكسريه وشروط حدية مزدوجة غير محلية . في المسألة الأولى نقدم نظاما مزدوجا من نوع كابوتو لمعادلات تتابعية تفاضلية كسرية مع معاملات متغيرة و الجزء الغير خطي فيها معتمدا على دوال مجهولة مع مشتقاته الكسريه ومن ثم نحلها مع شروط حدية مزدوجة غير محلية تكاملية (Riemann-Liouville) . النتائج المعطاة من هذه المسألة قد نشرت في مجلة Bulletin Mathematique de la Societe des Science Mathematiques de Roumanie [Vol. 60 (108), No. 1, 2017, 3-18]. المسألة الثانية تتعامل مع الوجود والوحدانية لحلول مسألة القيمة الحدية من 6 نقاط لنظام مزدوج لمعادلات كابوتو غير خطية تتابعية كسرية تكاملية-تفاضلية وشروط حدية مزدوجة غير محلية تكاملية (Riemann-Liouville) . العمل المقدم في هذه المسألة قد ظهر في مجلة " Journal of Applied Mathematics and Computing" [DOI 10.1007/s12190-016-1078-8]. في المسألة الثالثة ، نبحث مسألة القيمة الحدية غير المحلية من نوع هادامارد للمعادلات المزدوجة التتابعية التفاضلية الكسرية والجزء الغير خطي فيها محتويا على دوال مجهولة جنبا الى جنب مع تفاضلاتهم الكسرية وشروط مزدوجة. النتائج المقدمة في هذه المسألة قد نشرت في " Chaos, Solitons and Fractals" [91 (2016), 39-46]. المسألة الرابعة تطور الوجود والوحدانية لنظام مزدوج لمعادلات تفاضلية كسرية تفاضلية - تكاملية (Riemann-Liouville) مع شروط حدية كسرية تفاضلية-تكاملية (Riemann-Liouville) غير محلية. النتائج المنجزة في هذه المسألة ظهرت في " Electronic Journal of Differential Equations" [2016, No. 2011, pp 1-14]. في المسألة الأخيرة نقدم نوعا اكثر عمومية لشروط حدية مزدوجة غير محلية متمضنه لمشتقات وتفاضلات كسرية . واستكمالا لهذه الشروط ، نقدم نظام مزدوج لمعادلات تفاضلية -تكاملية من نوع (Riemann-Liouville) . تم تقديم العمل الناتج من هذه المسألة للنشر.



COUPLED SYSTEMS OF SEQUENTIAL FRACTIONAL DIFFERENTIAL  
EQUATIONS WITH NONLOCAL COUPLED RIEMANN-LIOUVILLE  
TYPE INTEGRAL BOUNDARY CONDITIONS

by

SHOROG KHALAF SANAD ALSHARIF

A thesis submitted for the requirements of the degree of  
Doctor of Philosophy in (Mathematics)

DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF SCIENCE  
KING ABDULAZIZ UNIVERSITY  
JEDDAH, SAUDI ARABIA

May 14, 2017

## ABSTRACT

This thesis is concerned with the study of several kinds of boundary value problems involving coupled nonlinear sequential fractional differential equations and nonlocal coupled integral boundary conditions. In the first problem, we introduce a coupled system of Caputo type sequential fractional differential equations with variable coefficients and nonlinearities depending on the unknown functions together with their lower-order derivatives and solve it with coupled nonlocal Riemann-Liouville integral boundary conditions. The results obtained for this problem have been published in *"Bulletin Mathématique de la Société des Sciences Mathématiques de Roumanie"* [Vol. 60(108), No. 1, 2017, 3-18]. The second problem deals with the existence of solutions for a six-point boundary value problem of coupled system of nonlinear Caputo sequential fractional integro-differential equations and coupled nonlocal Riemann-Liouville integral boundary conditions. The work established for this problem has appeared in *"Journal of Applied Mathematics and Computing"* [DOI 10.1007/s12190-016-1078-8, available online]. In the third problem, we investigate a nonlocal boundary value problem of Hadamard type coupled sequential fractional differential equations with nonlinearities containing the unknown functions as well as their lower-order fractional derivatives, supplemented with coupled strip conditions. The existence and uniqueness results obtained for this problem have been published in *"Chaos, Solitons and Fractals"* [91 (2016), 39-46]. The fourth problem develops the existence theory for a coupled systems of nonlinear Riemann-Liouville fractional integro-differential equations equipped with nonlocal Riemann-Liouville fractional integro-differential boundary conditions. The results accomplished for this problem have appeared in *"Electronic Journal of Differential Equations"* [2016, No. 211, pp. 1-14]. In the last problem, we introduce more general type of coupled nonlocal boundary conditions involving lower-order Riemann-Liouville fractional derivatives and integrals. Equipped with these conditions, a coupled system of nonlinear Riemann-Liouville fractional integro-differential equations is solved. The work obtained for this problem has been submitted for publication.